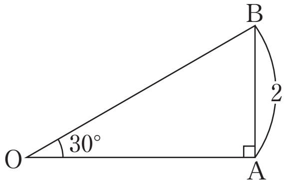
PART3　ベクトルの内積

例題

右の図において，次の内積を求めよ。

(1)　$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$　　(2)　$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}$

(3)　$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BO}$　　(4)　$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{OA}$



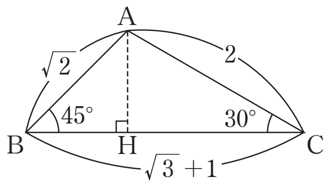
Point Pickup

練習

右の図において，次の内積を求めよ。

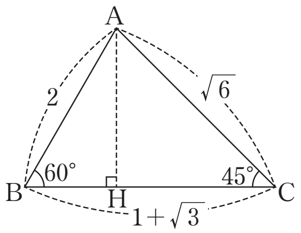
(1) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AH}$　　(2) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{HA}$

(3) $\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{AH}$　　(4) $\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{HC}$



第10講　PART3 確認問題

右の図の △ABC において，
次の内積を求めよ。



1　$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH}=$ ア

2　$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{HA}=$ イウ

3　$\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{AH}=$ エ

4　$\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{HB}=\sqrt{\text{オ}}$

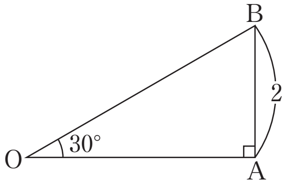
PART3　ベクトルの内積

例題

右の図において，次の内積を求めよ。

(1) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$　　(2) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}$

(3) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BO}$　　(4) $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{OA}$

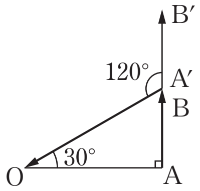


$AB=2$ より $OB=4$，$OA=2\sqrt{3}$

(1) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|\cos\angle AOB=2\sqrt{3}\times4\times\cos30^\circ=12$

(2) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AO}|\cos\angle BAO=2\times2\sqrt{3}\times\cos90^\circ=0$

(3) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BO}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{BO}|\cos120^\circ=2\times4\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-4$



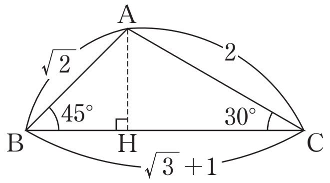
(4) $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{OA}=|\overrightarrow{AO}||\overrightarrow{OA}|\cos180^\circ=2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times(-1)=-12$

練習

右の図において，次の内積を求めよ。

(1) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AH}$　　(2) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{HA}$

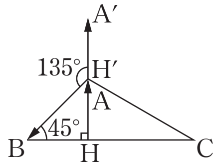
(3) $\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{AH}$　　(4) $\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{HC}$



AH＝1，BH＝1，CH＝$\sqrt{3}$ である。

(1) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AH}=|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{AH}|\cos 60^\circ=2\times1\times\frac{1}{2}=1$

(2) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{HA}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{HA}|\cos 135^\circ=\sqrt{2}\times1\times\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=-1$



(3) $\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{AH}=|\overrightarrow{CH}||\overrightarrow{AH}|\cos 90^\circ=\sqrt{3}\times1\times0=0$

(4) $\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{HC}=|\overrightarrow{BH}||\overrightarrow{HC}|\cos 0^\circ=1\times\sqrt{3}\times1=\sqrt{3}$

第10講　PART3 確認問題 解答

1 **[正解]** ア：3

[解説]

BH＝1，AH＝CH＝$\sqrt{3}$ である。

$\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AH}$ のなす角は 30° であるから

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AH}|\cos 30^\circ \quad \text{[A]}$$
$$=2\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$=3$$

[A]　2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ のなす角を θ とすると，
$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$

2 **[正解]** イウ：−3

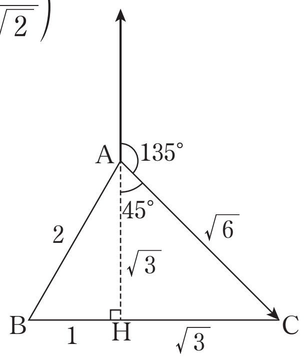
[解説]

$\overrightarrow{AC}$ と $\overrightarrow{HA}$ のなす角は **[B]**

$$180^\circ-45^\circ=135^\circ$$

であるから

$$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{HA}$$
$$=|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{HA}|\cos 135^\circ \quad \text{[C]}$$
$$=\sqrt{6}\times\sqrt{3}\times\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$
$$=-3$$



[B]　2 つのベクトルの始点をそろえてなす角を考える。

[C]　2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ のなす角を θ とすると，
$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$

3 **[正解]** エ：0

[解説]

$\overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AH}$ であるから,

$$\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AH} = 0$$ [D]

[D]　$\vec{a} \neq \vec{0}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$ のとき,
$\vec{a} \perp \vec{b} \Longleftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

4 **[正解]** オ：3

[解説]

$\overrightarrow{CH}$ と $\overrightarrow{HB}$ のなす角は $0°$ であるから,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{HB} &= |\overrightarrow{CH}||\overrightarrow{HB}|\cos 0° \\ &= \sqrt{3} \times 1 \times 1 \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$ [E]

[E]　2つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ のなす角を θ とすると,
$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$